



1 THEMEN DER KLASSENARBEIT AM 22.03.2018

1. Eine Stammfunktion beweisen
2. Stammfunktion einer ganz rationalen Funktion bilden
3. Unterschied vom bestimmten zum unbestimmten Integral
4. Bestimmtes Integral berechnen und anschaulich seine Bedeutung erklären
5. Fläche zwischen einem Graphen und der x-Achse berechnen
6. Fläche zwischen zwei Graphen berechnen

Zu 1.) Stammfunktion einer ganz rationalen Funktion beweisen

Man sagt dazu auch Aufleiten = Integrieren = Umkehrung der Ableitung

Ich kann beweisen, dass F eine Stammfunktion von f ist.

Buch: Abschn.: 4.3.2; Info S. 209: S. 209 Nr. 1

Aufg-3a:

Zeigen Sie, dass $F(x) = x^3 - 2x^2 + 0,1x + 2$ eine Stammfunktion von $f(x) = 3x^2 - 4x + 0,1$ ist

Es soll also nicht **ab**geleitet, sondern **auf**geleitet bzw. Integriert werden, das Ergebnis dieser Aufleitung ist dann die Stammfunktion.

Merke dazu:

- a) Hinter dem x das keine Hochzahl hat schreibt ihr als Hochzahl die 1. Also: $4x^1$
- b) Hinter der Zahl ohne x schreibt ihr x^0

$f(x) = 3x^2 - 4x + 0,1$ | Die Hochzahl +1 | durch neue Hochzahl teilen | hinten + k (k = beliebige Zahl)

$$f(x) = \frac{3x^{2+1}}{2+1} - \frac{4x^{1+1}}{1+1} + \frac{0,1x^{0+1}}{0+1} + 2x$$

$$f(x) = \frac{3x^3}{3} - \frac{4x^2}{2} + \frac{0,1x^1}{1} + 2x$$

$$f(x) = \frac{x^3}{1} - \frac{2x^2}{1} + \frac{0,1x^1}{1} + 2x$$

$$f(x) = x^3 - 2x^2 + 0,1x + 2x$$

Antwort:

Die Aufleitung der $f(x) = 3x^2 - 4x + 0,1$ ergibt $f(x) = x^3 - 2x^2 + 0,1x + 2x$ und zeigt damit das es sich bei $F(x) = x^3 - 2x^2 + 0,1x + 2$ um die Stammfunktion von $f(x) = 3x^2 - 4x + 0,1$ handelt. Das „k“ steht also für die „2“. Diese Zahl ist einfach die Verschiebung des Funktionsgraphen auf der y-Achse (sehr gut erklärt im Video <https://www.youtube.com/watch?v=byME15d9oTE>)

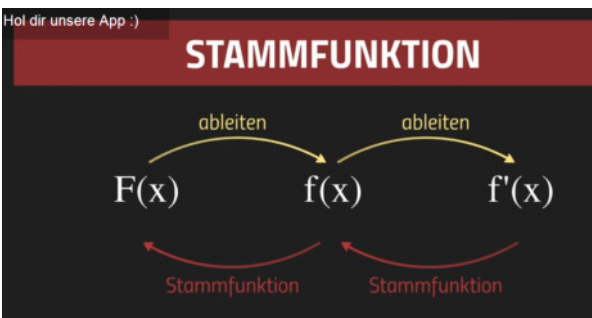


Gute Erklärung Nr-1 dazu:

<https://www.youtube.com/watch?v=byME15d9oTE>



Auflösen / Stammfunktion - REMAKE



Gute Erklärung Nr-2 dazu:

https://www.youtube.com/watch?v=lfz4I231_ZI

Stammfunktion - Komplette Zusammenfassung fürs Mathe-Abi



Stammfunktion - Komplette Zusammenfassung fürs Mathe-Abi

+++++



Aufg-3b:

Geben Sie eine Stammfunktion F von $f(x) = 0,5x^3 + 2x^2 - 4x + 2$ an.

Abschnitt 4.3.3
S. 210/211
Aufgaben S. 211

Soll also nicht abgeleitet, sondern aufgeleitet bzw. Integriert werden, das Ergebnis dieser Aufleitung ist dann die Stammfunktion F .

Merke dazu:

- a) Hinter dem x das keine Hochzahl hat schreibt ihr als Hochzahl die 1. Also: $4x^1$
- b) Hinter der Zahl ohne x schreibt ihr x^0

$f(x) = 0,5x^3 + 2x^2 - 4x + 2$ | Die Hochzahl +1 | durch neue Hochzahl teilen | hinten + k (k = beliebige Zahl)

$$f(x) = \frac{0,5x^4}{4} + \frac{2x^3}{3} - \frac{4x^1}{1} + 2x$$

$$f(x) = \frac{x^4}{8} + \frac{2x^3}{3} - \frac{4x^1}{1} + 2x = F = \text{Stammfunktion}$$

Kontrolle:

Diese F Stammfunktion ableiten muss wieder die Funktion $f(x) = 0,5x^3 + 2x^2 - 4x + 2$ ergeben

Antwort:

Die Aufleitung der $f(x) = 0,5x^3 + 2x^2 - 4x + 2$ ergibt die Stammfunktion

$$f(x) = \frac{x^4}{8} + \frac{2x^3}{3} - \frac{4x^1}{1} + 2$$

+++++

Noch ein Beispiel:

$$f(x) = 3x - 2 \xrightarrow[\text{Hochzahlen +1}]{\text{integrieren}} F(x) = \frac{3}{2}x^2 - 2x + k$$

durch neue Hochzahlen teilen

+++++



Bestimmte und Unbestimmten Integrale

Aufg-4:

Ich kenne den Unterschied zwischen einem **bestimmten** und einem **Unbestimmten Integral**.

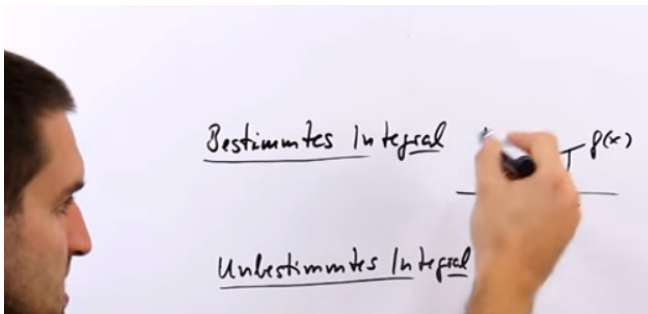
Erläutere den Unterschied zwischen

$$\int_1^3 (0,5x^3 + 2x^2 - 4x + 2) dx \quad \text{Und} \quad \int (0,5x^3 + 2x^2 - 4x + 2) dx$$

Abs. 4.2.2+4.3.2
Info S. 210/213
S. 211 Nr. 2

Lösungshilfen

<https://www.youtube.com/watch?v=2TM3eSDerMI>



Oder: <https://www.youtube.com/watch?v=kDF2X53LWSI>

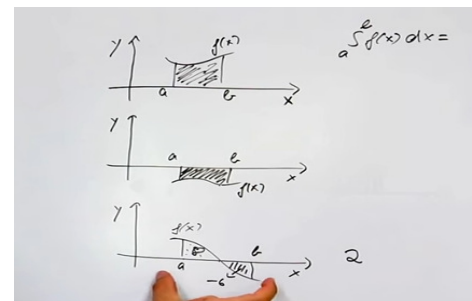
Lösung:

- Die Funktion $\int_1^3 (0,5x^3 + 2x^2 - 4x + 2) dx$ ist ein „**bestimmtes**“ Integral weil die „**bestimmten**“ Grenzen 1 bis 3 für die x-Achse angegeben sind.

Das bestimmte Integral gibt immer eine Flächen**bilanz** an. Siehe:

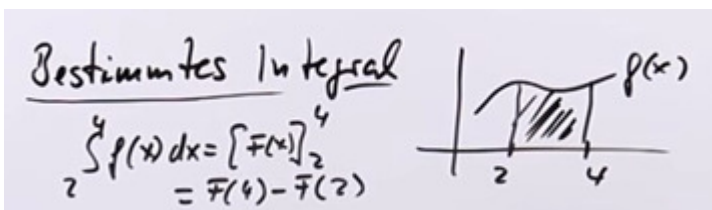
<https://www.youtube.com/watch?v=IP1sALCSxQs>

- Die Funktion $\int (0,5x^3 + 2x^2 - 4x + 2) dx$ ist ein „**unbestimmtes**“ Integral weil **keine**“ Grenzen (von bis) angegeben sind, zwischen denen integriert werden soll..



Wie wird nun ein bestimmtes Integral gelöst?

Am allgemeinen Beispiel erklärt: Man bildet für die obere und für die untere Grenze jeweils die Stammfunktion F und subtrahiert die untere Stammfunktion von der oberen Stammfunktion.





Aufg-5:

Ich kann ein bestimmtes Integral berechnen und kenne anschaulich seine Bedeutung.

Berechnen Sie $\int_1^3 (0,5x^3 + 2x^2 - 4x + 2) dx$

Abschnitt 4.3.4
Info S. 213
S. 213 Nr. 1-3, S.
216

Lösungsweg:

Schritt-1: Stammfunktion bilden von der Funktion die in der Klammer steht. Schritt-2: In diese Stammfunktion einmal die untere Grenze als x-Wert einsetzen und dann die obere Grenze als x-Wert einsetzen.

Beides dann voneinander subtrahieren. Hier also:

Schritt-1: Stammfunktion F(x) bilden für das was in der Klammer steht: $0,5x^3 + 2x^2 - 4x + 2$

$$\frac{0,5x^4}{4} + \frac{2x^3}{3} - \frac{4x^2}{2} + 2x$$

$$\frac{1x^4}{8} + \frac{2x^3}{3} - \frac{2x^2}{1} + 2x$$

$$\frac{1}{8}x^4 + \frac{2}{3}x^3 - 2x^2 + 2x$$

Schritt-2: Die obere Grenze 3 und dann die untere Grenze 1 für x einsetzen und beides voneinander abziehen:

$$\int_1^3 \left(\frac{1}{8} * 3^4 + \frac{2}{3} * 3^3 - 2 * 3^2 + 2 * 3 \right) - \left(\frac{1}{8} * 1^4 + \frac{2}{3} * 1^3 - 2 * 1^2 + 2 * 1 \right)$$

Bis dahin gibt es schon Punkte in der Klausur!

Das jetzt ausrechnen ergibt bei richtigem rechnen die volle Punktzahl.

Gut erklärt wie man bestimmte Integrale berechnet, hier: <https://www.youtube.com/watch?v=4wLBfs8VFtE>

